

CRU

Proceedings of NCST-CRU 2nd 2019

National Conference on Science and Technology



Faculty of Science Chandrakasem Rajabhat University



การจัดการประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับชาติด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษมครั้งที่ 2

(The 2nd CRU-National Conference on Science and Technology: NCST-CRU 2nd 2019)

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม

6 มิถุนายน 2562

กลุ่ม Computational Mathematics and Statistics

ณ ห้องนำเสนอ 2840 อาคาร 28 มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม

Session Chair: ดร.ชูเกียรติ ผุดพรมราช

Co-chair: ดร.สิริทิพ เวศินรัตน์

Reserved Chair: ผศ.กนิษฐา อ่อนศิริ

เวลา	รหัส บทความ	ชื่อผู้นำเสนอบทความ	ชื่อบทความ
10.45-11.00	S-21	นราธิป อีสรานุสรณ์	ตัวแบบสโทแคสติกสำหรับราคาหลักทรัพย์และการประยุกต์ใช้ประมาณราคา ทองคำ
11.00-11.15	S-29	ชฎาวรรณ หาญชู รัตติยา ฤทธิช่วย อรอุมา รักษาชล	ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจาก เชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือ
11.15-11.30	S-31	ณัฐวุฒิ สุขสบาย อนุสรณ์ จิตมนัส ณัฐฉิณี คจนวล	การสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น เพื่อหาค่าไรสูงสุดของการขายอิฐดินเผา และใช้โปรแกรม Wolfram Mathematica ในการตรวจสอบหาค่าไรสูงสุด
11.30-11.45	S-44	ศักดิ์สิทธิ์ กวนพา วรัญญา ปุณณวัฒน์ บริบูรณ์ ปิ่นประยงค์	ระบบวิเคราะห์สินค้าคงคลังสำหรับศูนย์กระจายสินค้าภูมิภาคด้วยการพยากรณ์ และการจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โล
12.00-12.15	S-62	พงษ์พันธ์ บุญสรรค์ ปารีชาติ ภูักดี	การแบ่งพื้นที่ในภาพโดยอาศัยการลดมิติแบบไม่เชิงเส้น

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
21. การพัฒนาระบบเฝ้าระวังและแจ้งเตือนสภาพแวดล้อมภายในห้องแม่ข่ายด้วย NETPIE และ LINE Application โดย...ประดิษฐ์ ศรีโสภณ, เสกสรร ศิวาลัย	110
22. การพัฒนาระบบโรงเรือนเพาะเห็ดนางฟ้าอัจฉริยะด้วย NETPIE โดย...พัทธ์ธรนันท์ เหมือนมี, เสกสรรค ศิวาลัย	117
23. การพัฒนาระบบเทคโนโลยีสารสนเทศเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพกระบวนการ และลดต้นทุน เพื่อเพิ่มความสามารถในการแข่งขันของโรงคัดคุณภาพข้าว โดย...พงษ์ธนา วณิชย์กอบจินดา	124
24. การประยุกต์ใช้ระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ในการศึกษาการระบาดของโรคเส้ดำอ้อยในอำเภอ อรัญประเทศ จังหวัดสระแก้ว โดย...ชนประสงค์ อยู่พิศิษฐ์ไตรวัตติ, อารมย์ จันทะสอน, วิลาวรรณ เชื้อบุญ	133
กลุ่ม Computational Mathematics and Statistics	140
25. ตัวแบบสโทแคสติกสำหรับราคาสินทรัพย์และการประยุกต์ใช้ประมาณราคาทองคำ โดย...นราธิป อีสรานุสรณ์	141
26. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า ด้วยการล้างมือ โดย...ชฎาวรรณ หาญชู, รัตติยา ฤทธิช่วย, อรุมา รักษาชล	146
27. การสร้างแบบจำลองกำหนดการแข่งขัน เพื่อหาค่าไรสูงสุดของการขายอิฐดินเผา และใช้โปรแกรม Wolfram Mathematica ในการตรวจสอบหาค่าไรสูงสุด โดย...ณัฐวุฒิ สุขสบาย, อนุสรณ์ จิตมนัส, ณัฐณิฉัย คงนวล	153
28. ระบบวิเคราะห์สินค้าคงคลังสำหรับศูนย์กระจายสินค้าภูมิภาคด้วยการพยากรณ์และการจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โล โดย...ศักดิ์สิทธิ์ กวนพา, วรรณญา ปุณณวัฒน์, บริบูรณ์ ปิ่นประยงค์	158
29. การแบ่งพื้นที่ในภาพโดยอาศัยการลดมิติแบบไม่เชิงเส้น โดย...พงษ์พันธ์ บุญสรรค์, ปาริชาติ ภูภักดี	160

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของ ของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือ

Mathematical model for controlling the spread of Rotavirus Diarrhea Disease by Hand Washing

ชฎาวรรณ หาญชู¹, รัตติยา ฤทธิช่วย², อรุณา รักษาชล³
Chadawan Hanchoo¹, Rattiya Rittichuai², Onuma Ruksachol³

¹ สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช ; chada3103@gmail.com

² คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช ; yay_phung@hotmail.com

³ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช ; on_alongchong@hotmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือ โดยใช้ตัวแบบ SEIR ซึ่งมีการวิเคราะห์จุดสมดุลและเสถียรภาพของตัวแบบผลการวิจัยพบว่าจุดสมดุลที่ไม่มีโรค เมื่อให้ประสิทธิภาพการล้างมือ $k=0.9$ มีค่าระดับการติดเชื้อเป็น 0.157175851 และจุดสมดุลที่มีโรค เมื่อให้ประสิทธิภาพการล้างมือ $k=0.1$ มีค่าระดับการติดเชื้อเป็น 1.414578466 สรุปได้ว่าประสิทธิภาพการล้างมือสามารถควบคุมการแพร่ระบาดของโรคได้ ถ้าประสิทธิภาพการล้างมือเพิ่มขึ้นส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, โรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า, การล้างมือ

Abstract

The objective of this research were to develop and to analyze a mathematical model for controlling the spread of Rotavirus diarrhea disease by hand washing. The model is analyzed using standard method of differential equation, to find the equilibrium points and to determine the stability of the proposed model. The results showed that there were two equilibrium points, disease free and endemic equilibrium point. From the numerical simulation, when the effectiveness of hand washing $k=0.9$, the basic reproductive number $R_0 = 0.157175851$. Whenever the effectiveness of hand washing $k=0.1$, the disease endemic equilibrium $R_0 = 1.414578466$. We concluded that the effectiveness of hand washing can control the spread of Rotavirus diarrhea disease. If we increase the effectiveness of hand washing in the human population then the spread of Rotavirus diarrhea disease will decrease.

Keywords: Mathematical model, Rotavirus diarrhea disease, hand washing

1. บทนำ

ไวรัสโรต้า (Rotavirus) ทำให้เกิดโรคอุจจาระร่วงมักจะพบในเด็กที่มีอายุต่ำกว่า 5 ปี พบมากช่วงอายุตั้งแต่ 6 เดือนถึง 2 ปี แต่การติดเชื้อพบได้ทุกวัยตั้งแต่เด็กจนถึงผู้ใหญ่ รวมถึงผู้สูงอายุ อาการเริ่มจากมีไข้สูง อาเจียน และท้องเสีย อาการจะเป็นเพียง 2 ถึง 3 วันเท่านั้น แล้วจะค่อย ๆ ดีขึ้น[1]

ซึ่งจำนวนผู้ป่วยด้วยโรคอุจจาระร่วงเฉียบพลันเพิ่มขึ้นอย่างมากตั้งแต่เดือนพฤศจิกายน พ.ศ. 2560 และสูงมากขึ้นในเดือนมกราคม พ.ศ. 2561 โดยส่วนใหญ่สาเหตุของโรคอุจจาระร่วง เกิดจากเชื้อไวรัสโรต้าร้อยละ 80 [2] การป้องกันเหมือนกับโรคในระบบทางเดินอาหารทั่วไป ได้แก่ การล้างมือ รับประทานอาหารที่สุกสะอาด

การรักษาสุขอนามัยของมือเป็นพฤติกรรมที่ดีต่อสุขภาพ เนื่องจากมือเป็นพาหะที่นำเชื้อโรคเข้าสู่ร่างกาย เชื้อโรคคือสาเหตุของการเกิดโรคติดต่อที่อาจเป็นอันตรายถึงชีวิตได้ เช่น โรคอุจจาระร่วง โรคมือเท้าปาก โรคไข้หวัด เป็นต้น วิธีป้องกันไม่ให้เชื้อโรคต่าง ๆ เข้าสู่ร่างกายได้คือการล้างมือที่ถูกต้องและสะอาดซึ่งสามารถลดเชื้อโรคได้ร้อยละ 90

จากข้อมูลข้างต้น จะเห็นได้ชัดว่าโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า จะมีแนวโน้มจำนวนผู้ป่วยที่มากขึ้นต้องระวังและควบคุมอย่างต่อเนื่อง นับได้ว่าปัญหาโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าเป็นปัญหาทางระบาดวิทยาที่มีความสำคัญและควรได้รับแนวทางการป้องกันโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า ซึ่งสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้ด้วยการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงบทบาทและประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีส่วนช่วยในการแก้วิกฤตการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นจากโรคร้ายต่าง ๆ โดยจะจำลองประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ตัวเชื้อโรค ตัวพาหะนำโรค และผู้ติดเชื้อ โดยแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายลักษณะของการระบาดและการดำเนินของโรคโดยที่ผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรง ซึ่งอาจเกิดอันตรายต่อชีวิตของผู้วิจัยและผู้ป่วยได้อีก ทั้งยังช่วยลดงบประมาณสำหรับการเสริมมาตรการการรักษาและการป้องกันโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสมมากที่สุดด้วย

ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้ตัวแบบ SEIR มาแก้ปัญหาโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า โดยการล้างมือ เนื่องจากการล้างมือเป็นวิธีป้องกันไม่ให้เชื้อโรคต่าง ๆ เข้าสู่ร่างกายได้ และสามารถลดเชื้อโรคได้ถึงร้อยละ 90 ควรมีการปลูกฝังให้เป็นพฤติกรรมสุขภาพที่ควรปฏิบัติในชีวิตประจำวัน เพื่อเป็นแนวทางในการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า

2. วิธีดำเนินการศึกษา

ผู้วิจัยได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือ ซึ่งมีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังต่อไปนี้

2.1 สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และสร้างสมการเชิงอนุพันธ์จากตัวแบบ

2.2 วิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.2.1 จุดสมดุล (Equilibrium point) โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ที่ได้จากการแปลงสมการของตัวแบบใหม่ให้เท่ากับ ศูนย์ จะได้ค่าจากการแก้สมการสองค่า คือ ค่าจุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point : E_0) ค่าที่สองเป็นค่าที่ทำให้จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Free Equilibrium Point : E_1)

2.2.2 เสถียรภาพ (Stability) ในการหาค่าลักษณะเฉพาะ ซึ่งสามารถหาได้จากสมการลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ $\det(J_0(E_0) - \lambda I) = 0$ เพื่อตรวจสอบว่ามีเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ และสอดคล้องเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

1) เสถียรภาพ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียนสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria โดยลักษณะเฉพาะทุกค่าต้องเป็นลบจึงจะสอดคล้องตามเงื่อนไข $R_0 < 1$

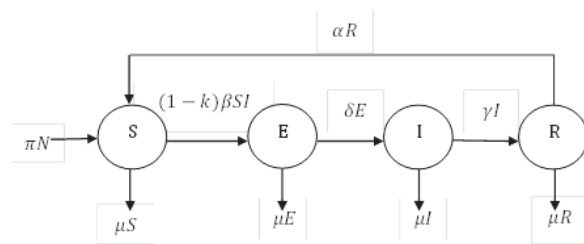
2) เสถียรภาพ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า (E_1) จะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1(E_1) - \lambda I) = 0$ ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของสมการลักษณะเฉพาะเป็นลบและสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria สำหรับค่าที่ได้ตามเกณฑ์ $R_0 > 1$

2.3 วิเคราะห์ตัวเลขของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรค ทำให้ระบบเป็น Local asymptotically stable ของจุดสมดุล ซึ่งเป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียน ต้องมีค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นลบซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria เพื่อนำค่าพารามิเตอร์มาหาค่าตอบเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์

3. ผลการศึกษาและการอภิปรายผล

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ดังนี้



ภาพที่ 1 การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือ

เมื่อ S เป็นจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ E เป็นประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้ I เป็นประชากรที่ติดเชื้อและแพร่เชื้อได้ R เป็นประชากรที่หายจากการติดเชื้อ π เป็นอัตราการเกิดประชากร β เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อ μ เป็นอัตราการเสียชีวิตของประชากร δ เป็นอัตราการฟกตัวของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้า γ เป็นอัตราการฟื้นตัวของประชากร α เป็นอัตราการฟื้นตัวของประชากรที่สามารถกลับมาเป็นประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ k เป็นประสิทธิภาพของการล้างมือและ N เป็นจำนวนประชากรทั้งหมด จากแผนภาพสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อมาวิเคราะห์ได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \pi N - (1-k)\beta SI - \mu S + \alpha R \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = (1-k)\beta SI - \delta E - \mu E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E - \gamma I - \mu I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R - \alpha R \quad (4)$$

โดยที่ $N = S + E + I + R$

สำหรับจุดสมดุล (S, E, I, R) สามารถหาได้โดยกำหนดให้ $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$ จากสมการ (1) – (4) จะได้

$$S = \frac{\pi N + \alpha R}{(1-k)\beta I + \mu} \quad (5)$$

$$E = \frac{(1-k)\beta SI}{\delta + \mu} \quad (6)$$

$$I = \frac{\delta E}{\gamma + \mu} \quad (7)$$

$$R = \frac{\gamma I}{\mu + \alpha} \quad (8)$$

ซึ่งสามารถนำ S, E, I และ R ไปหาจุดสมดุลของโรคได้ดังนี้

1. จุดสมดุลและความเสถียรภาพที่จุดไม่มีโรค (E_0)

จุดสมดุลที่ไม่มีโรค จะเป็นกรณีที่ไม่มีโรค นั่นคือ E_0 จะได้ $E_0(N, 0, 0, 0)$ และความเสถียรภาพของระบบที่จุด E_0 ได้ดังนี้

$$J_0(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -(1-k)\beta N & \alpha \\ 0 & -\delta - \mu & (1-k)\beta N & 0 \\ 0 & \delta & -\gamma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix}$$

$$\det(J_0(E_0) - \lambda I) = (-\mu - \lambda)[\lambda^3 - (3\mu^2 + 2\gamma + \delta + \alpha)\lambda^2 - (3\mu^2 + 2\gamma\mu + 2\delta\mu + 2\alpha\mu + \alpha\gamma + \alpha\delta) - \delta\gamma - (1-k)\beta N\delta]\lambda - (\mu^3 + \lambda\mu^2 + \delta\mu^2 + \delta\gamma\mu + \alpha\mu^2 + \alpha\gamma\mu + \alpha\delta\mu + \alpha\delta\gamma - (\alpha + \mu)(1-k)\beta N\delta)$$

พิจารณาสมการลักษณะเฉพาะ $\det(J_0(E_0) - \lambda I) = 0$
 จะได้ $\lambda_1 = -\mu$, $\lambda_2 = -\alpha - \mu$,
 $\lambda_3 = -\frac{1}{2}\delta - \frac{1}{2}\gamma - \mu + \frac{1}{2}\sqrt{4(1-k)\beta N\delta + \delta^2 - 2\delta\gamma + \gamma^2}$,
 $\lambda_4 = -\frac{1}{2}\delta - \frac{1}{2}\gamma - \mu - \frac{1}{2}\sqrt{4(1-k)\beta N\delta + \delta^2 - 2\delta\gamma + \gamma^2}$

จากสมการลักษณะเฉพาะจะเห็นว่า $\lambda_1 = -\mu < 0$,
 $\lambda_2 = -\alpha - \mu < 0$ และจะพบว่า λ_3 มีค่าเป็นลบ เมื่อ
 $\frac{1}{2}\delta + \frac{1}{2}\gamma + \mu > \frac{1}{2}\sqrt{4(1-k)\beta N\delta + \delta^2 - 2\delta\gamma + \gamma^2}$
 ดังนั้น จุดสมดุลที่ไม่มีโรค E_0 มีความเสถียรภาพเฉพาะที่
 เชิงเส้นกำกับ เมื่อ $R_0 < 1$

2. จุดสมดุลและความเสถียรภาพที่จุดมีโรค

จุดสมดุลที่มีโรค จะเป็นกรณีที่มีโรค นั่นคือ $E \neq 0$ จะ
 ได้ $I \neq 0$ ดังนั้น จุดสมดุลที่มีโรค
 $E_0(S, E, I, R) = E_1(S^*, E^*, I^*, R^*)$ เมื่อ

$$S^* = \frac{\pi N + \alpha R^*}{(1-k)\beta I^* + \mu}$$

$$E^* = \frac{(\mu^3 + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \delta\gamma\mu - (1-k)\beta\pi N\delta)(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)}{(\mu^2 + \gamma\mu + \delta\mu + \delta\gamma + \alpha\mu + \alpha\gamma + \alpha\delta)(-(1-k)\beta\mu\delta)}$$

$$I^* = \frac{\alpha E^*}{\gamma + \mu}$$

$$R^* = \frac{\gamma I^*}{\mu + \alpha}$$

พิจารณาความเสถียรภาพของระบบ (Stability of systems) ที่จุด $E_1(S^*, E^*, I^*, R^*)$

$$J_1(E_1) = \begin{bmatrix} -(1-k)\beta I^* - \mu & 0 & -(1-k)\beta S^* & \alpha \\ (1-k)\beta I^* & -\delta - \mu & (1-k)\beta S^* & 0 \\ 0 & \delta & -\gamma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix}$$

พิจารณาสมการลักษณะเฉพาะ $\det(J_1(E_1) - \lambda I) = 0$

จะได้ $\lambda^4 + a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$ เมื่อ

$$a = 4\mu + \gamma + 2\delta + \alpha + (1-k)\beta I^*$$

$$b = 6\mu^2 + 3\gamma\mu + 3\delta\mu + \delta\gamma + 3\alpha\mu + 2\alpha\gamma - (1-k)\beta I^* \delta + (3\mu + \delta + \alpha\gamma)(1-k)\beta I^*$$

$$c = 4\mu^3 + 3\gamma\mu^2 + 3\delta\mu^2 + 2\delta\gamma\mu + 3\alpha\mu^2 + 2\alpha\gamma\mu + 2\alpha\delta\mu + \alpha\delta\gamma + (\alpha + 2\mu)(1-k)\beta I^* \delta + (\alpha\delta + \alpha\gamma + 2\alpha\mu + \delta\gamma + 2\delta\mu + 3\mu^2)(1-k)\beta I^*$$

$$d = \mu^4 + \gamma\mu^3 + \alpha\mu^3 + \alpha\gamma\mu^2 + \alpha\delta\mu^2 + \alpha\delta\gamma\mu + (\mu^3 + \gamma\mu^2 + \alpha\mu^2 + \alpha\gamma\mu + \alpha\delta\mu)\beta I^* + (\alpha\delta\mu)(1-k)\beta S^*$$

ซึ่งค่าลักษณะเฉพาะเหล่านั้นเป็นค่าลบ เมื่อสัมประสิทธิ์

a, b, c, d สอดคล้อง Routh-Hurwitz Criteria คือ

1. $a > 0$
2. $ab - c > 0$
3. $a(ac - ad) - c^2 > 0$
4. $d(-c^2 + abc - a^2d) > 0$

ถ้าเงื่อนไขทั้ง 4 ข้อเป็นดังที่กล่าวไว้ข้างต้นแสดงว่า
 สอดคล้อง Routh-Hurwitz Criteria จึงสรุปได้ว่า E_1 มี
 ความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ เมื่อ $R_0 > 1$

3. ค่าระดับการติดเชื้อ R_0

การหาค่าระดับการติดเชื้อจะใช้วิธี next generation โดยจัดสมการ (1) - (4) ในรูปเมทริกซ์

$$\frac{dx}{dt} = F(x) - V(x)$$

เพื่อหาค่า R_0 จากเมทริกซ์ $\rho(FV^{-1}(E_0))$ ซึ่ง $F(x)$ คือ
 เมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้น และ $V(x)$ คือ เมทริกซ์ของ
 ผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปยังอีกกลุ่มหนึ่ง จะได้

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} S \\ E \\ I \\ R \end{bmatrix}, F(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1-k)\beta SI \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$V(x) = \begin{bmatrix} -\pi N + (1-k)\beta SI + \mu S - \alpha R \\ \delta E + \mu E \\ -\delta E + \gamma I + \mu I \\ -\gamma I + \mu R + \alpha R \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$FV^{-1}(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-k)\beta\delta}{(\delta+\mu)(\gamma+\mu)} & \frac{(1-k)\beta}{\gamma+\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

พิจารณาค่ารัศมีโดเดเด้น (Spectral radius) เขียนแทน

$$\text{ด้วย } \rho(FV^{-1}(E_0)) = \frac{(1-k)\beta\delta}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2}$$

จะได้ $R_0 = \frac{(1-k)\beta\delta}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2}$ เป็นค่าระดับติดเชื้อ

4. ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขใช้ค่าพารามิเตอร์ดังตารางที่

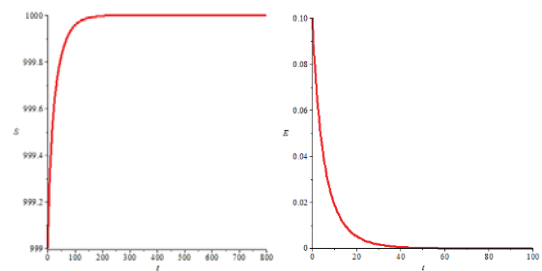
1

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้วิเคราะห์เชิงตัวเลข

พารามิเตอร์	ความหมาย	ค่าพารามิเตอร์
π	อัตราการเกิดของประชากร [3]	$\frac{10.1}{365}$ ต่อวัน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด	1000 คน
β	อัตราการถ่ายทอดเชื้อ [3]	0.0003 ต่อวัน
δ	อัตราการฟักตัวของโรค [3]	0.2 ต่อวัน

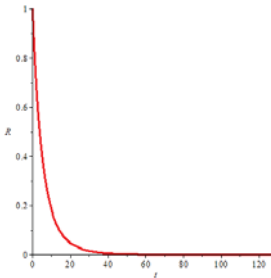
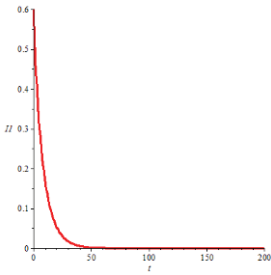
γ	อัตราการฟื้นตัวของประชากร [3]	0.14 ต่อวัน
α	อัตราการเปลี่ยนแปลงจากกลุ่มที่ฟื้นจากการติดเชื้อเป็นกลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อ [4]	0.25 ต่อวัน
μ	อัตราการตายโดยธรรมชาติ [4]	π
k	ประสิทธิภาพการล้างมือ [5]	0 - 1

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคพบว่าค่าลักษณะเฉพาะ $\lambda_1 = -0.0276712328$, $\lambda_2 = -0.1146049944$, $\lambda_3 = -0.2776712214$, $\lambda_4 = -0.2807374829$ สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ส่งผลให้คำตอบเข้าสู่จุดสมดุลที่ไม่มีโรค $E_0 = (1000, 0, 0, 0)$ ดังภาพที่ 2



(a)

(b)



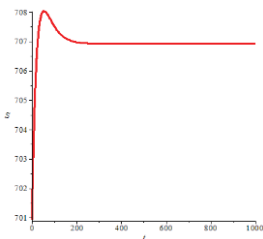
(c)

(d)

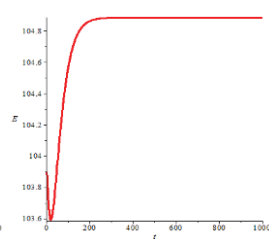
ภาพที่ 2 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของ (a) ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (b) ประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้ (c) ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ (d) ประชากรที่หายจากการติดเชื้อ เทียบกับ เวลา (t) ในสถานะที่ไม่มีโรค $E_0 = (1000, 0, 0, 0)$

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีโรค พบว่าค่าลักษณะเฉพาะ $\lambda_1 = -0.7999999999$, $\lambda_2 = -0.1007129259$, $\lambda_3 = -0.1686371131$, $\lambda_4 = -0.3799132004$ สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ส่งผลให้คำตอบเข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค

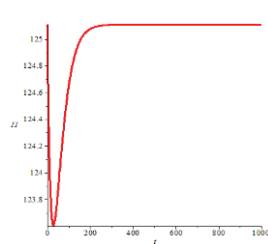
$E_1(706.9243762, 104.8864709, 125.1096794, 63.07947326)$ ดังภาพที่ 3



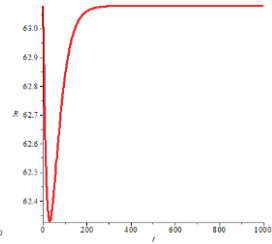
(e)



(f)



(g)



(h)

ภาพที่ 3 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของ (e) ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (f) ประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้ (g) ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ (h) ประชากรที่หายจากการติดเชื้อ เทียบกับ เวลา (t) ในสถานะที่มีโรค

$E_1(706.9243762, 104.8864709, 125.1096794, 63.07947326)$

4. สรุปผลการศึกษา

จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า ประสิทธิภาพการล้างมือเป็นปัจจัยหนึ่งต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วงจากเชื้อไวรัสโรต้าด้วยการล้างมือ โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อล้างมือเพื่อป้องกันโรคน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มมากขึ้น และถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีการล้างมือเพื่อป้องกันมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลง จนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรคอุจจาระร่วง ดังนั้นหน่วยงานด้านสาธารณสุขควรรณรงค์ให้ควรรู้เกี่ยวกับการล้างมือให้กับเด็กและประชาชนทั่วไปที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสโรต้า

เอกสารอ้างอิง

- [1] ยง ภู่วรวรรณ. (2561). โรคอุจจาระร่วงในฤดูหนาว โรต้าไวรัส (Rotavirus). สืบค้นเมื่อ 30 สิงหาคม 2561, จาก pthaigastro.org/Document/l2gsiy5550bzwd2pvtw5qe3vvirusrota1.pdf

- [2] สมาคมติดเชื้อในเด็กแห่งประเทศไทย. (2561). สถานการณ์โรคอุจจาระร่วงเฉียบพลันสำหรับแพทย์และบุคลากร.ทางการแพทย์ สืบค้นเมื่อ 2 พฤศจิกายน 2561, จาก http://social.nesdb.go.th/SocialStat/StatReport_Final.aspx?reportid=1389&template=1R1C&yeartype=M&subcatid=1
- [3] สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2561). อัตราเกิดมีชีพ อัตราตาย และอัตราเพิ่มตามธรรมชาติต่อประชากร 1,000 คน ประเทศไทย ปี พ .ศ.2546-2560 สืบค้นเมื่อ 2 พฤศจิกายน 2561, จาก http://social.nesdb.go.th/SocialStat/StatReport_Final.aspx?reportid=1389&template=1R1C&yeartype=M&subcatid=1
- [4] Edward Lungu , Shedden Masupe and Ojaswita Chaturvedi. (2017). **Epidemic Model Formulation, Analysis and Simulation of Rotavirus Diarrhea for Prevention** Retrieved August 30, 2018, from http://www.journalrepository.org/media/journals/ARJOM_44/2017/Sep/Chaturvedi622017ARJOM36188.pdf.
- [5] Thanyada Phutthichayanon and Surapol Naowarat. (2015). **Effects of Hand Washing Campaign on Dynamical Model of Hand Foot Mouth Disease** Retrieved August 25 , 2018 , from <http://www.ijmo.org/vol5/444-CQ5005.pdf>