



สวคค

การประชุมวิชาการระดับชาติ

ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเครือข่ายภาคใต้ ครั้งที่ 6

“วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กับวิถีชีวิตใหม่ เพื่อความยั่งยืน”

NSCIC2021

1-2 เมษายน 2564

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา

ห้องบรรยาย Session Science-02
 ด้านวิทยาศาสตร์ /วิทยาศาสตร์ประยุกต์/ดาราศาสตร์/เทคโนโลยีอาหารและคหกรรมศาสตร์
 ผู้ทรงคุณวุฒิ : อาจารย์ ดร. ศิริฉัตร ทิพย์ศรี
 อาจารย์ปฏิบัติ ชุมเกศ

ลำดับ	รหัสบทความ	เวลานำเสนอ	เรื่อง	หน้า
1	28	13.00-13.15	TESTING FOR THE COEFFICIENT OF VARIATION IN FINE PARTICULATE MATTER (PM2.5) OF HAT YAI, SONGKHLA, THAILAND	107
2	67	13.15-13.30	สมการไดโอฟานโทนที่อยู่ในรูป $5^x+3^y=z^2$ และ $5^x+13^y=z^2$ เมื่อ $y=1$	108
3	75	13.30-13.45	ลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็ม	113
4	193	14.00-14.15	ตัวแบบพยากรณ์ปริมาณก๊าซไอโซนและค่าฝุ่นละอองไม่เกิน 10 ไมครอน ในอำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา	119
5	196	14.15-14.30	การพยากรณ์ปริมาณความสกปรกในรูปสารอินทรีย์ (BOD) ในคลองอู่ตะเภา จังหวัดสงขลา	129
6	167	14.30-14.45	แบบจำลองจลนพลศาสตร์การอบแห้งส้มแขกด้วยเครื่องอบแห้งพลังงานแสงอาทิตย์	139

ลำดับของจำนวนเต็มจากมุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยม
Sequences from Decagonal Pyramid of Integers

รัตติยา ฤทธิช่วย^{1*}, ปรมัตต์ สายน้อย²
Rattiya Rittichuai^{1*}, Poramut Sainoi²

บทคัดย่อ

บทความนี้ศึกษาการหาลำดับจากมุมของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม ซึ่งได้ลำดับทั้งหมดสิบลำดับและสามารถหารูปทั่วไปของลำดับดังกล่าวได้โดยลำดับพหุนามกำลังสาม

คำสำคัญ: ลำดับของจำนวนเต็ม, ลำดับของมุมพีระมิด, มุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยม

Abstract

This paper presents a number of sequences from the decagonal pyramid corners on integers. At results, we get 10 sequences from the decagonal pyramid and the general formula of sequences by using a cubic sequences.

Keyword: Integer sequences, Sequences of pyramids, Decagonal pyramid corners

¹ อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช

² นักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช

* Corresponding author, E-mail: poramut77@gmail.com

บทนำ

ลำดับของจำนวนเต็มจากมุมพีระมิดได้มาจากแถวลำดับของมุมพีระมิดสามมิติของจำนวนเต็มบวก โดยฐานพีระมิดทำให้เกิดลำดับที่แตกต่างกัน Gulliver (2010) หาลำดับของจำนวนเต็มจากมุมพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม Gulliver (2011) หาลำดับของจำนวนเต็มจากมุมพีระมิดฐานหกเหลี่ยม รวมทั้ง Putri (2018) หาลำดับจากมุมพีระมิดฐานเจ็ดเหลี่ยมของจำนวนเต็มและสามารถหารูปทั่วไปของลำดับได้ ดังนี้

1, 2, 9, 27, 61, ...	$a_n = \frac{5}{6}n^3 + 2n^2 + \frac{7}{6}n + 1$
1, 3, 16, 45, 95, ...	$a_n = \frac{1}{6}(5n^3 + 3n^2 - 32n + 30)$
1, 4, 18, 48, 99, ...	$a_n = \frac{1}{6}(5n^3 + 3n^2 - 26n + 24)$
1, 5, 20, 51, 103, ...	$a_n = \frac{1}{6}(5n^3 + 3n^2 - 20n + 18)$
1, 6, 22, 54, 107, ...	$a_n = \frac{1}{6}(5n^3 + 3n^2 - 14n + 12)$
1, 7, 24, 57, 111, ...	$a_n = \frac{1}{6}(5n^3 + 3n^2 - 8n + 6)$
1, 8, 26, 60, 115, ...	$a_n = \frac{1}{6}(5n^3 + 3n^2 - 2n)$

นอกจากนี้ Putri (2018) ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในแต่ละชั้นและจำนวนสมาชิกทั้งหมดของพีระมิดฐานเจ็ดเหลี่ยมของจำนวนเต็มได้ โดยความสัมพันธ์ของสมาชิกในแต่ละชั้น คือ $\frac{1}{2}i(5i - 3)$ และจำนวนสมาชิกทั้งหมดของพีระมิด คือ $\frac{1}{6}n(5n^2 + 3n - 2)$

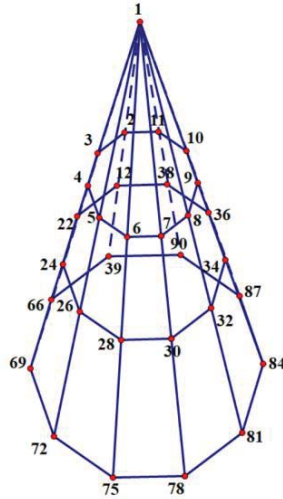
การวิจัยครั้งนี้จึงสนใจศึกษาลำดับจากมุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็มและรูปทั่วไปของลำดับจากมุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยม และหาความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในแต่ละชั้นและจำนวนทั้งหมดของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อหาลำดับและรูปแบบทั่วไปของลำดับจากมุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม
2. เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกแต่ละชั้นและจำนวนสมาชิกของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม

ผลการวิจัย

พีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม คือ พีระมิดที่มีฐานเป็นรูปสิบเหลี่ยมที่มีด้านสิบด้านยาวเท่ากันและมุมภายในแต่ละมุมมีขนาดเท่ากัน โดยกำหนดจำนวนเต็มบวกเรียงลำดับตามชั้นของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม ชั้นที่หนึ่งจะมี 1 อยู่ชั้นบนสุด และชั้นที่ 2 จะเรียงลำดับตามมุมของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมไปเรื่อยๆจากซ้ายไปขวา ในชั้นที่ 3 จะมีรูปสิบเหลี่ยมซ้อนติดกันสองรูปโดยรูปนอกสุดของพีระมิดแต่ละด้านจะมีจำนวนสามจำนวน และในชั้นที่ 4 จะมีรูปสิบเหลี่ยมซ้อนติดกันสามรูปโดยรูปนอกสุดของพีระมิดแต่ละด้านจะมีจำนวนสี่จำนวน แบบนี้ไปเรื่อยๆ มีลักษณะดังภาพที่ 1

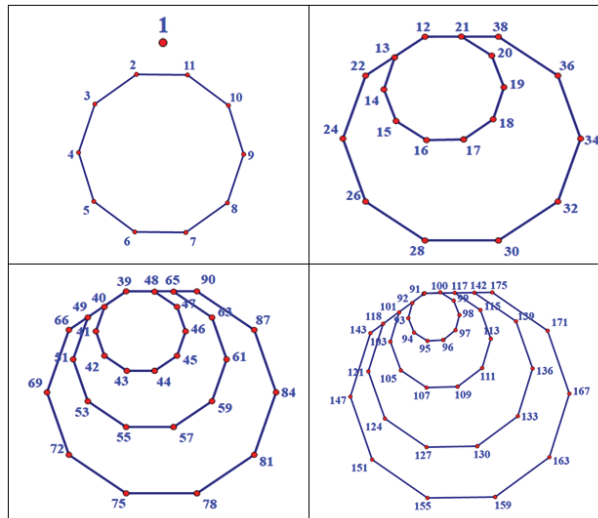


ภาพที่ 1 พีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม

จากภาพที่ 1 สามารถหาความสัมพันธ์และลำดับของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็มได้ ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกแต่ละชั้นและจำนวนสมาชิกของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยม

จำนวนสมาชิกของพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม โครงสร้างของพีระมิดมี 1 อยู่บนชั้นที่หนึ่ง 2 - 11 อยู่บนชั้นที่สอง 12 - 38 อยู่บนชั้นที่สาม 39 - 90 อยู่บนชั้นที่สี่ 91 - 175 อยู่บนชั้นที่ห้า ไปเรื่อย ๆ โดยเราจะนำลำดับจากมุมของพีระมิดเพื่อหารูปทั่วไปของลำดับพหุนาม ได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 2 แสดงพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมในชั้นที่ 1-5

เราสามารถหาจำนวนสมาชิกบนชั้นที่ i มีจำนวนเท่ากับ $s_i = i(4i - 3)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแต่ละชั้นที่เกิดขึ้น คือ $\{s_i\}_{i=1}^{\infty} = 1, 10, 27, 52, 85, \dots$

จำนวนสมาชิกในพีระมิดทั้งหมดเท่ากับ $\sum_{i=1}^n i(4i - 3) = \frac{1}{6}n(8n^2 + 3n - 5)$ โดยที่ n คือชั้นของพีระมิด

จำนวนสมาชิกทั้งหมดของพีระมิด โดยเริ่มต้นจาก $n = 1$ จะได้จำนวนสมาชิกในชั้นต่าง ๆ ดังนี้ 1, 11, 38, 90, 175, ... ตามลำดับ สามารถสรุปความสัมพันธ์ของสมาชิกในแต่ละชั้นของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมได้ดังตาราง ตารางที่ 1 ความสัมพันธ์ของสมาชิกในแต่ละชั้นของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

ชั้นที่	สมาชิก	จำนวนสมาชิกของแต่ละชั้น	จำนวนสมาชิกทั้งหมดของพีระมิด
1	1	1	1
2	2 – 11	10	11
3	12 – 38	27	38
⋮	⋮	⋮	⋮
i		$i(4i - 3)$	$\frac{1}{6}n(8n^2 + 3n - 5)$

2. ลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็ม

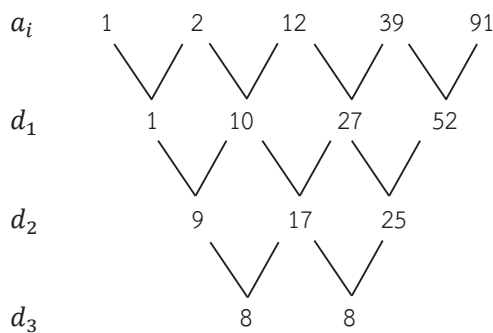
จากพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม สามารถหาลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็ม ได้คือ

- 1, 2, 12, 39, 91, ... (1)
- 1, 3, 22, 66, 143, ... (2)
- 1, 4, 24, 69, 147, ... (3)
- 1, 5, 26, 72, 151, ... (4)
- 1, 6, 28, 75, 155, ... (5)
- 1, 7, 30, 78, 159, ... (6)
- 1, 8, 32, 81, 163, ... (7)
- 1, 9, 34, 84, 167, ... (8)
- 1, 10, 36, 87, 171, ... (9)
- 1, 11, 38, 90, 175, ... (10)

การหารูปทั่วไปของลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็มทั้งสี่ลำดับ สามารถใช้สูตรในการหารูปทั่วไปของลำดับพหุนามได้ คือ

$$a_n = a_1 + \binom{n-1}{1}d_1 + \binom{n-1}{2}d_2 + \binom{n-1}{3}d_3 + \dots + \binom{n-1}{k}d_k$$

ตัวอย่างที่ 1 ลำดับ 1, 2, 12, 39, 91, ... สามารถแสดงวิธีการหาลำดับโดยใช้สูตรการหารูปทั่วไปของลำดับพหุนามได้ดังนี้



$$a_n = a_1 + \binom{n-1}{1}d_1 + \binom{n-1}{2}d_2 + \binom{n-1}{3}d_3$$

$$\begin{aligned}
 &= a_1 + (n-1)d_1 + \frac{(n-1)!}{2!(n-1-2)!}d_2 + \frac{(n-1)!}{3!(n-1-3)!}d_3 \\
 &= 1 + (n-1)(1) + \frac{(n-1)(n-2)}{2}(9) + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6}(8) \\
 &= n + \frac{9n^2 - 27n + 18}{2} + \frac{4n^3 - 24n^2 + 44n - 24}{3} \\
 &= \frac{8n^3 - 21n^2 + 13n + 6}{6} \\
 &= \frac{1}{6}(8n^3 - 21n^2 + 13n + 6)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น รูปทั่วไปของลำดับพหุนาม คือ $\frac{1}{6}(8n^3 - 21n^2 + 13n + 6)$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็มทั้งสี่ลำดับได้ดังนี้

1, 2, 12, 39, 91, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 - 21n^2 + 13n + 6)$
1, 3, 22, 66, 143, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 53n + 48)$
1, 4, 24, 69, 147, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 47n + 42)$
1, 5, 26, 72, 151, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 41n + 36)$
1, 6, 28, 75, 155, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 35n + 30)$
1, 7, 30, 78, 159, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 29n + 24)$
1, 8, 32, 81, 163, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 23n + 18)$
1, 9, 34, 84, 167, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 17n + 12)$
1, 10, 36, 87, 171, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 11n + 6)$
1, 11, 38, 90, 175, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 5n)$

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปการหาความสัมพันธ์และลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็ม ได้ดังนี้

- จำนวนสมาชิกบนชั้นที่ i มีจำนวนเท่ากับ $i(4i - 3)$
- จำนวนสมาชิกในพีระมิดทั้งหมดเท่ากับ $\sum_{i=1}^n i(4i - 3) = \frac{1}{6}n(8n^2 + 3n - 5)$ โดยที่ n คือชั้นของพีระมิด
- ลำดับจากมุมพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมของจำนวนเต็ม

1, 2, 12, 39, 91, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 - 21n^2 + 13n + 6)$
1, 3, 22, 66, 143, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 53n + 48)$
1, 4, 24, 69, 147, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 47n + 42)$
1, 5, 26, 72, 151, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 41n + 36)$
1, 6, 28, 75, 155, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 35n + 30)$
1, 7, 30, 78, 159, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 29n + 24)$
1, 8, 32, 81, 163, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 23n + 18)$
1, 9, 34, 84, 167, ...	$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 17n + 12)$

1, 10, 36, 87, 171, ...

$$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 11n + 6)$$

1, 11, 38, 90, 175, ...

$$a_n = \frac{1}{6}(8n^3 + 3n^2 - 5n)$$

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาความสัมพันธ์ของสมาชิกในแต่ละชั้นและความสัมพันธ์ของจำนวนสมาชิกทั้งหมดของพีระมิดสามารถหาจำนวนสมาชิกของแต่ละชั้น และจำนวนสมาชิกทั้งหมดของพีระมิดได้เช่นเดียวกับพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยม และเจ็ดเหลี่ยม

สำหรับรูปทั่วไปของลำดับจากพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม สามารถหารูปทั่วไปได้โดยใช้ลำดับพหุนามกำลังสามเช่นเดียวกับพีระมิดฐานเจ็ดเหลี่ยมที่ใช้ลำดับพหุนามกำลังสาม แตกต่างกันที่ผลต่างร่วมของแต่ละชั้น นั่นคือ ค่า d_1 มีค่าต่างกันทุกลำดับ ค่า d_2 ของลำดับที่หนึ่งมีค่าเท่ากับ 9 แต่ลำดับที่สองถึงสิบมีค่าเท่ากันทุกลำดับ คือ 17 และค่า d_3 มีค่าเท่ากันทุกลำดับ คือ 8 จากลำดับจากมุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม

ข้อเสนอแนะและการนำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

การหาลำดับจากมุมพีระมิดฐานสิบเหลี่ยมของจำนวนเต็ม สามารถนำไปเป็นแนวทางในการศึกษาลำดับจากมุมพีระมิดฐานมากกว่าสิบเหลี่ยม

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คณาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช

เอกสารอ้างอิง

T.Aaron Gulliver. (2010). Sequences from Pentagonal Pyramids of Integers. *International Mathematical Forum*. 5(13), 621 - 628.

T.Aaron Gulliver. (2011). Sequences from Hexagonal Pyramid of Integers. *International Mathematical Forum*. 6(17), 821 - 827.

Nurul Hilda Syani Putri, Mashadi and Sri Gemawati. (2018). Sequences from Heptagonal Pyramid Corners of Integer. *International Mathematical Forum*. 13(4), 193-200.