SsSci 2nd conference 2019

การประชุมสวนสุนันทาวิชาการด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ระดับชาติและนานาชาติ ครั้งที่ 2

“วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และนวัตกรรม เพื่อการพัฒนาที่ยั่งยืน”

The 2nd Suan Sunandha National and International Academic Conference on Science and Technology (SsSci 2019)

“Science, Technology and Innovation for Sustainable Development”

วันศุกร์ที่ 8 พฤศจิกายน 2562
8th November 2019

ณ โรงแรมเดอะรอยัลริเวอร์ กรุงเทพมหานคร
The Royal River Hotel, Bangkok, Thailand

ผลกระทบของปริมาณน้ำฝนที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับโรคมือ เท้า ปาก

อรอุมา รักษาชล[1] รัตติยา ฤทธิช่วย[2] ณัฏฐิณีย์ คงนวล[3] และ กิตติภัทร พลเดช[4]

[1] สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช email: on.alongchong@gmail.com

[2] สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช email: yay_phung@hotmail.com

[3] สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช email: jeatlala@hotmail.co.th

[4] สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช email: wvtza_102_tong@hotmail.com

บทคัดย่อ

การทำวิจัยครั้งนี้เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพผลกระทบของปริมาณน้ำฝนที่มีผลต่อตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคมือ เท้า ปาก ในภาคใต้ ประเทศไทย ข้อมูลที่ได้เป็นข้อมูลทุติยภูมิที่ได้มาจากกรมควบคุมโรค และสำนักบริหารการทะเบียน มีการพัฒนาตัวแบบจากงานวิจัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการระบาดโรคมือ เท้า ปาก ในภาคใต้ ประเทศไทย วิเคราะห์ข้อมูลโดยได้ใช้วิธีการมาตรฐานในการวิเคราะห์ตัวแบบ ทำการหาจุดสมดุลที่ทำให้เกิดเสถียรภาพ ซึ่งมี 2 จุด คือ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรค ซึ่งจะขึ้นอยู่กับค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) ถ้า $R_0 < 1$ แล้วจุดสมดุลที่ไม่มีโรคจะเสถียร แต่ถ้า $R_0 > 1$ แล้วจุดสมดุลที่มีโรคจะเสถียร ผลการวิเคราะห์พบว่า ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค เมื่อปริมาณน้ำฝน $g(T) = 0.01$ มีค่าระดับการติดเชื้อ $R_0 = 0.04823$ และ ณ จุดสมดุลที่มีโรค เมื่อปริมาณน้ำฝน $g(T) = 0.33$ มีค่าระดับการติดเชื้อ $R_0 = 1.59183$ สรุปได้ว่าปริมาณน้ำฝนมีผลต่อการแพร่ระบาดของโรคมือ เท้า ปาก ถ้าปริมาณน้ำฝนเพิ่มขึ้นส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคมือ เท้า ปาก เพิ่มขึ้น

คำสำคัญ : ปริมาณน้ำฝน, ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, โรคมือ เท้า ปาก

Effect of Rainfall on the Transmission Model of Hand Foot Mouth Disease

Onuma Ruksachol[1] Rattiya Rittichuai[2] Nattinee khongnual[3] and Kittipat Pondach[4]

[1] Faculty of Science and Technology Nakhon Si Thammarat Rajabhat University ; on.alongchong@gmail.com

[2] Faculty of Science and Technology Nakhon Si Thammarat Rajabhat University ; yay_phung@hotmail.com

[3] Faculty of Science and Technology Nakhon Si Thammarat Rajabhat University ; jeatlala@hotmail.co.th

[4] Faculty of Science and Technology Nakhon Si Thammarat Rajabhat University ; wvtza_102_tong@hotmail.com

Abstract

This research were to develop and evaluate stability of effect of rainfall on the transmission model of Hand Foot Mouth disease in the south of Thailand. The secondary data were collected from the department of disease control and the bureau of registration administration. The model was developed from the Mathematical Model of Hand-Foot-mouth Disease in the south, Thailand. We analyzed the data by using standard method to analyze this model. We found that there were two equilibrium points; disease free equilibrium and endemic equilibrium point where depend on the basic reproductive number (R_0). If $R_0 < 1$, then the disease free equilibrium point is local asymptotically stable, but if $R_0 > 1$, then the endemic equilibrium point, is local asymptotically stable. The results showed that at the disease free equilibrium point, we have the rainfall at $g(T) = 0.01$ and basic reproductive number at $R_0 = 0.04823$ and at the disease equilibrium point we have the rainfall at $g(T) = 0.33$ and basic reproductive number at $R_0 = 1.59183$. We concluded that the rainfall has effect on the transmission model of Hand Foot Mouth Disease. If the amount of rainfall increases, the spread of HFMD will increase.

Keyword : Rainfall, Mathematical model, Hand Foot Mouth Disease

บทนำ

โรคมือ เท้า ปาก เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อไวรัสในกลุ่ม enterovirus ซึ่งมักเป็น coxsackievirus A16 และยังอาจเกิดจากเชื้อไวรัสตัวอื่น ๆ ในกลุ่มนี้ได้ เช่น enterovirus 71 พบบ่อยในเด็กเล็ก จนถึงเด็กอายุ 10 ปี เป็นโรคที่ติดต่อได้ง่ายจากการสัมผัส ทำให้เป็นไข้และมีตุ่มพองเกิดขึ้นที่ มือ เท้า และในปาก หลังจากติดเชื้อแล้วจะเกิดภูมิคุ้มกันต่อเชื้อสายพันธุ์นั้น แต่ยังมีโอกาสเป็นได้อีกจากเชื้อไวรัสสายพันธุ์อื่นในกลุ่มเดียวกัน เชื้อไวรัสพบในอุจจาระ สารคัดหลั่ง รวมทั้งในตุ่มพองของผู้ป่วย และหลังจากสัมผัสเชื้อ 3 – 6 วัน เด็กจะมีไข้ อ่อนเพลีย เจ็บคอ หลังจากนั้น 1 – 2 วัน เด็กมักจะมีอาการเจ็บในปาก ทำให้ไม่ยอมรับประทานอาหารตามปกติ ทั้งนี้เนื่องจากมีตุ่มพองและแผลเกิดขึ้นในปาก นอกจากนี้ยังพบตุ่มพองที่มือและเท้าด้วย พบมีผู้ป่วยตลอดทั้งปี แต่ช่วงที่พบมีผู้ป่วยโรค มือ เท้า ปาก มากที่สุดคือช่วงฤดูฝน(โรงพยาบาลบำรุงราษฎร์, 2562 และ สำนักงานกองทุนสนับสนุนการสร้างเสริมสุขภาพ, 2562) ประชาชนทางภาคใต้ของประเทศไทยจึงความเสี่ยงที่จะป่วยเป็นโรคนี้มากกว่าภาคอื่น ๆ เนื่องจากลักษณะภูมิอากาศเป็นแบบร้อนชื้นแถบมรสุม (Am) คือมีฝนตกชุกสลับกับฤดูแล้งสั้น ๆ ภาคใต้ไม่มีฤดูหนาว เนื่องจากภาคใต้อยู่ใกล้เส้นศูนย์สูตร และได้รับอิทธิพลจากลมมรสุมตะวันออกเฉียงใต้และลมมรสุมตะวันออกเฉียงเหนือทำให้ฝนตกชุกตลอดทั้งปี (กรมอุตุนิยมวิทยา, 2562)

ในการศึกษาการระบาดของโรคนี้ เครื่องมือหนึ่งที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากคือ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือในการจำลองสถานการณ์ เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการควบคุมการแพร่ระบาดของโรค ในปี พ.ศ. 2559 ปิยะมาศ หนูรอด และ วลิษา อิทรภักดิ์ (2559) ได้ศึกษาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการระบาดโรคมือ เท้า ปาก โดยได้ใช้ตัวแบบ $SEIR$ พบว่ามีจุดสมดุล 2 จุด คือ จุดสมดุลในสภาวะที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลในสภาวะที่มีการระบาดของโรค ซึ่งเสถียรภาพของจุดสมดุลจะถูกควบคุมโดยค่าระดับการติดเชื้อในตัวแบบนี้จุดสมดุลในสภาวะที่ไม่มีโรคจะมีเสถียรภาพเมื่อ $R_0 < 1$ และจุดสมดุลในสภาวะที่มีการระบาดของโรคจะมีเสถียรภาพเมื่อ $R_0 > 1$

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาและวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การระบาดของโรคมือ เท้า ปาก โดยเลือกใช้ตัวแบบ SEIR และเพิ่มพารามิเตอร์ ที่สนใจคือปริมาณน้ำฝน โดยศึกษาการระบาดของโรคในพื้นที่ภาคใต้ของประเทศไทย และใช้ข้อมูลการระบาดของโรคมือ เท้า ปาก จากกรมควบคุมโรค ปี พ.ศ.2562 ข้อมูลอัตราการเกิดและอัตราการตายในภาคใต้ของประเทศไทยจากสำนักบริหารการทะเบียน ปี พ.ศ.2562 เพื่อตรวจสอบเสถียรภาพและใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรคที่เฝ้าระวังของสำนักระบาดวิทยากระทรวงสาธารณสุขต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของผลกระทบต่อปริมาณน้ำฝนที่มีผลต่อตัวแบบของโรคมือ เท้า ปาก ในภาคใต้
2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดโรคมือ เท้า ปาก ในภาคใต้

วิธีการและขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล

1. พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การระบาดของโรคมือ เท้า ปาก โดยแบ่งประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม คือกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S) กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้ (E) กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ (I) กลุ่มประชากรที่ฟื้นจากการติดเชื้อ (R) ตามลำดับ

2. วิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.1 จุดสมดุล $(Equilibrium\ point)$ ในการหาจุดสมดุลทำได้โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ที่ได้จากการแปลงสมการของตัวแบบใหม่ ให้เท่ากับศูนย์ คือ $\frac{dS}{dt}=0,\frac{dE}{dt}=0,\frac{dI}{dt}=0,\frac{dR}{dt}=0$ โดยจุดสมดุลมี 2 จุด คือ จุดสมดุลไม่มีโรค $(Disease\ Free\ Equilibrium\ point\ :E_0)$ และจุดสมดุลที่มีโรค $(Endemic\ Free\ Equilibrium\ Point:E_1)$

2.2 ค่าระดับการติดเชื้อ $(Basic\ \mathrm{Re}\ productive\ number:R_0)$ เป็นค่าเฉลี่ยที่ผู้ป่วยหนึ่งคนจะสามารถทำให้คนกลุ่มเสี่ยงป่วยเป็นจำนวนกี่คนในช่วงของเวลาที่เขายังป่วยอยู่โดยใช้วิธีการ Next Generation Method โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นในรูปเพื่อหาค่า R_0 จากเมทริกซ์ $\rho(FV^{-1})$ ซึ่ง $F(X)$ คือเมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้นและ $V(X)$ คือเมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่ง

2.3 เสถียรภาพ $(Stability)$ โดยการหาค่าลักษณะเฉพาะจากสมการลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ $\det(J-\lambda I)=0$ ใช้อธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุล เพื่อตรวจสอบว่ามีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับโดยค่าลักษณะเฉพาะจะสอดคล้องกับเงื่อนไขของ $Routh-Hurwitz\ Criteria$ ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

2.3.1 เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค โดยการตรวจสอบว่าค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ สภาวะไม่มีโรค (E_0) สอดคล้องกับเงื่อนไขของ $Routh-Hurwitz\ Criteria$ โดยค่าลักษณะเฉพาะทุกค่าต้องมีส่วนจริงเป็นลบจึงสอดคล้องตามเงื่อนไข $R_0<1$

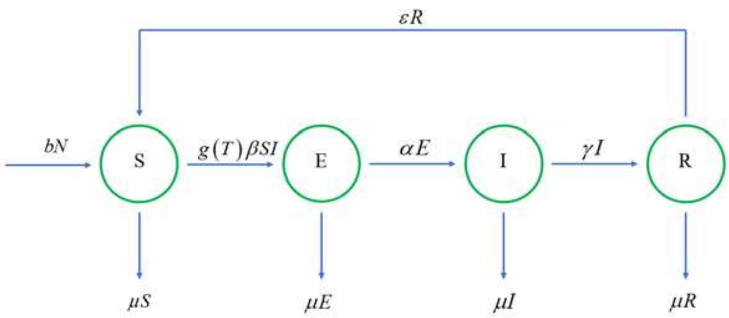
2.3.2 เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค โดยการตรวจสอบว่าค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ สภาวะที่มีโรค (E_1) สอดคล้องตามเงื่อนไขของ $Routh-Hurwitz\ Criteria$ โดยค่าลักษณะเฉพาะทุกค่าต้องมีส่วนจริงเป็นลบจึงสอดคล้องตามเงื่อนไข $R_0>1$

3. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีโรค $(Disease\ Free\ Equilibrium\ point\ :E_0)$ และจุดสมดุลที่มีโรค $(Endemic\ Free\ Equilibrium\ Point:E_1)$ ซึ่งเป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียน ต้องมีค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นลบซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขของ $Routh-Hurwitz\ Criteria$ (สุรพล เนาวรัตน์, 2561)

ผลการดำเนินงานของการวิจัย

1. สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของโรคมือ เท้า ปาก โดยพิจารณาจากปริมาณน้ำฝน ได้ดังนี้



ภาพที่ 1 ตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคมือ เท้า ปาก โดยพิจารณาจากปริมาณน้ำฝน

เมื่อ

S แทน ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ
E แทน ประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้
I แทน ประชากรที่ติดเชื้อและแพร่เชื้อได้
R แทน ประชากรที่หายจากการติดเชื้อ
b แทน อัตราการเกิดของประชากร
N แทน จำนวนประชากรทั้งหมด
β แทน อัตราการแพร่เชื้อ
α แทน อัตราการฟักตัวของโรคมือ เท้า ปาก
γ แทน อัตราการฟื้นตัวของประชากร
μ แทน อัตราการตายโดยธรรมชาติของประชากร
ε แทน อัตราการฟื้นตัวของประชากรที่สามารถกลับมาเป็นประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ
$g(T)$ แทน ปริมาณน้ำฝน

จากภาพที่ 1 สามารถเขียนเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = bN - g(T)\beta SI - \mu S + \varepsilon R \qquad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = g(T)\beta SI - \mu E - \alpha E \qquad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - \mu I - \gamma I \qquad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R - \varepsilon R \qquad (4)$$

โดยที่ $N = S + E + I + R$

2. วิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.1 วิเคราะห์หาจุดสมดุล สำหรับจุดสมดุล (S, E, I, R) สามารถหาได้จากการจัดสมการ $(1)-(4)$ ให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$S = \frac{bN + \varepsilon R}{g(T)\beta I + \mu} \quad , \quad E = \frac{g(T)\beta I(bN + \varepsilon R)}{(\mu + \alpha)(g(T)\beta I + \mu)} \quad , \quad I = \left(\frac{1}{g(T)\beta}\right)\left(\frac{\alpha g(T)\beta(bN + \varepsilon R)}{(\mu + \alpha)(\mu + \gamma)} - \mu\right) \quad , \quad R = \frac{\gamma I}{\mu + \varepsilon}$$

2.1.1 ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคจะเป็นกรณีที่ไม่มีโรค นั่นคือ $E = 0$ และ $I = 0$ จะได้ $E_0(\mathrm{N}, 0, 0, 0)$

2.1.2 ณ จุดสมดุลที่มีโรคจะเป็นกรณีที่มีโรค นั่นคือ $E \neq 0$ และ $I \neq 0$ จะได้ $E_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$ เมื่อ

$$S^* = \frac{bN(\mu+\varepsilon)+\varepsilon\gamma I^*}{\left(g(T)\beta I^* + \mu\right)(\mu+\varepsilon)} \qquad E^* = \frac{g(T)\beta I^*\left(bN(\mu+\varepsilon)+\varepsilon\gamma I^*\right)}{(\mu+\alpha)\left(g(T)\beta I^* + \mu\right)(\mu+\varepsilon)}$$

$$I^* = \left(\frac{1}{g(T)\beta}\right)\left(\frac{\alpha g(T)\beta\left(bN(\mu+\varepsilon)+\varepsilon\gamma I^*\right)}{(\mu+\alpha)(\mu+\gamma)(\mu+\varepsilon)} - \mu\right) \qquad R^* = \frac{\gamma I^*}{\mu+\varepsilon}$$

2.2 หาค่าระดับการติดเชื้อ โดยใช้วิธี next generation โดยการเขียนสมการ (1) – (4) ในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X)$$

นั่นคือ $\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} S \\ E \\ I \\ R \end{bmatrix},\ F(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ g(T)\beta SI \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ V(X) = \begin{bmatrix} -bN + g(T)\beta SI + \mu S - \varepsilon R \\ \mu E + \alpha E \\ -\alpha E + \mu I + \gamma I \\ -\gamma I + \mu R + \varepsilon R \end{bmatrix}$

หาค่า $F(E_0)$ และ $V(E_0)$ จาก $E_0(S,E,I,R) = E_0(\mathrm{N},0,0,0)$ จะได้

$$F(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g(T)\beta N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad V(E_0) = \begin{bmatrix} \mu & 0 & g(T)\beta N & -\varepsilon \\ 0 & \mu+\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha & \mu+\gamma & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & \mu+\varepsilon \end{bmatrix}$$

หาค่าลักษณะเฉพาะจากสมการลักษณะเฉพาะ คือ $\det\left(\left(FV^{-1}(E_0)\right) - \lambda I\right) = 0$

จะได้ $$-\frac{\lambda^3\left(g(T)\beta N\alpha - \lambda\alpha\gamma - \gamma\lambda\mu - \alpha\lambda\mu - \lambda\mu^2\right)}{(\alpha+\mu)(\gamma+\mu)} = 0$$

ซึ่งมีค่าค่าลักษณะเฉพาะ คือ $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = \dfrac{g(T)N\beta\alpha}{\mu^2 + \gamma\mu + \alpha\mu + \alpha\gamma}$

พิจารณา $\rho(FV^{-1}(E_0)) = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|, |\lambda_4|\}$

จะได้ $\rho(FV^{-1}(E_0)) = R_0 = \dfrac{g(T)N\beta\alpha}{\mu^2 + \gamma\mu + \alpha\mu + \alpha\gamma}$ เป็นค่าระดับการติดเชื้อ

2.3 วิเคราะห์เสถียรภาพของจุดสมดุล

2.3.1 เสถียรภาพของระบบที่จุดสมดุลไม่มีโรค $E_0(\mathrm{N},0,0,0)$ โดยพิจารณาค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียนจากระบบสมการ (1) – (4) จะได้

$$J_0(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -g(T)\beta N & \varepsilon \\ 0 & -\mu-\alpha & g(T)\beta N & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu-\gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu-\varepsilon \end{bmatrix}$$

หาค่าลักษณะเฉพาะจากสมการลักษณะเฉพาะ $\det\left(J_0(E_0) - \lambda I\right) = 0$ จะได้

$$\lambda_1 = -\mu,\ \lambda_2 = -\varepsilon - \mu\ ,\ \lambda_3 = -\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\gamma - \mu + \frac{1}{2}\sqrt{4N\alpha\beta g(T) + 4N\alpha\beta + \alpha^2 - 2\alpha\gamma + \gamma^2},$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\gamma - \mu - \frac{1}{2}\sqrt{4N\alpha\beta g(T) + 4N\alpha\beta + \alpha^2 - 2\alpha\gamma + \gamma^2}$$

ดังนั้นค่าลักษณะเฉพาะทั้งหมดที่ได้มาจากระบบสมการ $(1)-(4)$ จะมีส่วนจริงเป็นลบทั้งหมด

2.3.2 ความเสถียรภาพของระบบที่จุดสมดุลมีโรค $E_1\left(S^*,E^*,I^*,R^*\right)$ โดยพิจารณาค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียนจากระบบสมการ $(1)-(4)$ จะได้

$$J_1\left(E_1\right)=\begin{bmatrix} -g(T)\beta I^*-\mu & 0 & -g(T)\beta S^* & \varepsilon \\ g(T)\beta I^* & -\mu-\alpha & g(T)\beta S^* & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu-\gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu-\varepsilon \end{bmatrix}$$

หาค่าลักษณะเฉพาะจากสมการลักษณะเฉพาะ $\det\left(J_1\left(E_1\right)-\lambda I\right)=0$ จะได้ $\lambda^4+a\lambda^3+b\lambda^2+c\lambda+d=0$ เมื่อ

$$a=\alpha+\varepsilon+\gamma+4\mu+\mathrm{g(T)}\beta I^*$$
$$b=6\mu^2+\alpha\varepsilon+\alpha\gamma+3\alpha\mu+\varepsilon\gamma+3\varepsilon\mu+3\gamma\mu+\left(\alpha+\varepsilon+\gamma+3\mu\right)\mathrm{g(T)}\beta I^*-\mathrm{g(T)}\beta\alpha S^*$$
$$c=4\mu^3+3\alpha\mu^2+3\varepsilon\mu^2+3\gamma\mu^2+2\alpha\varepsilon\mu+2\alpha\gamma\mu+2\varepsilon\gamma\mu+\alpha\varepsilon\gamma$$
$$+\left(3\mu^2+\varepsilon\gamma+2\varepsilon\mu+2\gamma\mu+\alpha\varepsilon+\alpha\gamma+2\alpha\mu\right)\mathrm{g(T)}\beta I^*-\left(\varepsilon+2\mu\right)\mathrm{g(T)}\alpha\beta S^*$$
$$d=\left(\mu^3+\alpha\mu^2+\varepsilon\mu^2+\gamma\mu^2+\alpha\varepsilon\mu+\alpha\gamma\mu+\varepsilon\gamma\mu\right)\mathrm{g(T)}\beta I^*-\left(\varepsilon\mu+\mu^2\right)\mathrm{g(T)}\alpha\beta S^*$$
$$+\mu^4+\alpha\mu^3+\varepsilon\mu^3+\gamma\mu^3+\alpha\varepsilon\mu^2+\alpha\gamma\mu^2+\varepsilon\gamma\mu^2+\alpha\varepsilon\gamma\mu$$

ซึ่งค่าลักษณะเฉพาะจะมีส่วนจริงเป็นค่าลบเมื่อสัมประสิทธิ์ a,b,c,d สอดคล้อง $Routh-Hurwitz\ Criteria$ นั่นคือ

1) $a>0$ 2) $b>0$ 3) $a\left(bc+ad\right)-c^2>0$ และ 4) $d\left(-c^2+abc-a^2d\right)>0$

2.4 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

พารามิเตอร์	**คำอธิบาย**	**ค่าพารามิเตอร์**	**อ้างอิง**
b	อัตราการเกิดของประชากรมนุษย์	$\frac{1}{365\times 12.0613}$ ต่อวัน	สำนักบริหารการทะเบียน (2562)
N	จำนวนประชากรทั้งหมด	1,000	
β	อัตราการแพร่เชื้อ	$\frac{1}{365\times 0.9827}$ ต่อวัน	กรมควบคุมโรค (2562)
α	อัตราการฟักตัวของโรคมือ เท้า ปาก	$\frac{1}{4}$ ต่อวัน	กรมควบคุมโรค (2562)
γ	อัตราการฟื้นตัวของประชากร	0.1 ต่อวัน	กรมควบคุมโรค (2562)
ε	อัตราการเปลี่ยนแปลงจากกลุ่มที่ฟื้นจากการติดเชื้อเป็นกลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อ	0.07 ต่อวัน	Piyada Wongwiwat, et al (2015)
μ	อัตราการตายโดยธรรมชาติ	$\mu=b$	สำนักบริหารการทะเบียน (2562)
$g(T)$	ปริมาณน้ำฝน	0.01 ต่อวัน	กรมอุตุนิยมวิทยา (2562)

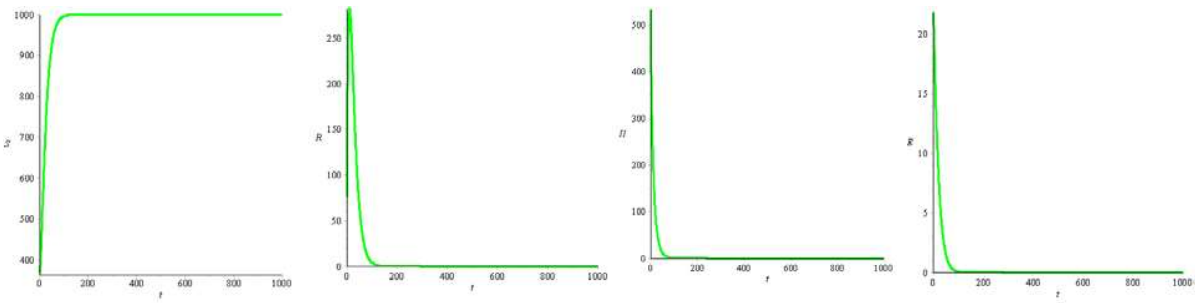
จากตารางที่ 1 สามารถนำค่าพารามิเตอร์หาความเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับเฉพาะที่ได้ดังนี้

2.4.1 เสถียรภาพ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค สามารถหาค่าลักษณะเฉพาะได้ จากสมการ

$$(-\mu-\lambda)\Big[-\lambda^3-(3\mu+\gamma+\varepsilon+\alpha)\lambda^2-(2\gamma\mu+2\varepsilon\mu+2\alpha\mu+\varepsilon\gamma-\alpha \mathrm{g(T)}\beta \mathrm{N}+\alpha\varepsilon+\alpha\gamma)\lambda$$
$$-\Big(\mu^3+3\lambda\mu^2+\varepsilon\mu^2+\gamma\mu^2+\alpha\mu^2+\alpha\varepsilon\mu+\alpha\gamma\mu+\varepsilon\gamma\mu+\alpha\varepsilon\gamma-(\varepsilon+\mu)\alpha \mathrm{g(T)}\beta \mathrm{N}\Big)\Big]=0$$

ซึ่งจะได้ $\lambda_1=-0.22715$, $\lambda_2=-0.63000$, $\lambda_3=-0.70227,$ $\lambda_4=-0.28745$ และสามารถหาค่าระดับการติดเชื้อ $R_0=0.04823<1$

เนื่องจากค่าลักษณะเฉพาะมีค่าเป็นลบและค่าระดับการติดเชื้อมีค่าน้อยกว่า 1 ดังนั้นจุดสมดุลที่ไม่มีโรค (E_0) มีความเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับเฉพาะที่ ดังภาพที่ 2



(a) (b) (c) (d)

ภาพที่ 2 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของ (a) กลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (b) กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้ (c) ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ (d) กลุ่มประชากรที่หายจากการติดเชื้อ เทียบกับเวลา (t) ในสภาวะที่ไม่มีโรค

2.4.2 เสถียรภาพ ณ จุดสมดุลที่มีโรค

จากค่าพารามิเตอร์ในตารางที่ 1 จะมีการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์โดยให้ปริมาณน้ำฝน $g(T)=0.33$ ส่วนค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ จะเหมือนดังตาราง 1 ซึ่งสามารถหาค่าลักษณะเฉพาะได้จากสมการ $\lambda^4+a\lambda^3+b\lambda^2+c\lambda+d=0$

เมื่อ

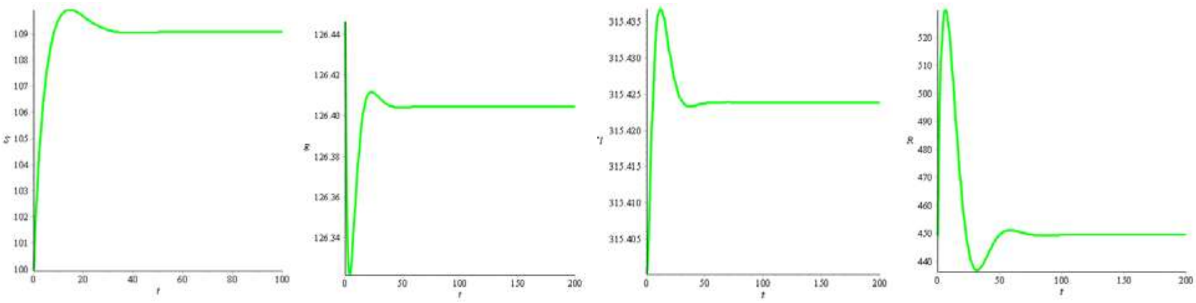
$$a=\alpha+\varepsilon+\gamma+4\mu+\mathrm{g(T)}\beta I^*$$
$$=0.71109$$
$$b=6\mu^2+\alpha\varepsilon+\alpha\gamma+3\alpha\mu+\varepsilon\gamma+3\varepsilon\mu+3\gamma\mu+(\alpha+\varepsilon+\gamma+3\mu)\mathrm{g(T)}\beta I^*-\mathrm{g(T)}\beta\alpha S^*$$
$$=0.14678$$
$$c=4\mu^3+3\alpha\mu^2+3\varepsilon\mu^2+3\gamma\mu^2+2\alpha\varepsilon\mu+2\alpha\gamma\mu+2\varepsilon\gamma\mu+\alpha\varepsilon\gamma$$
$$+(3\mu^2+\varepsilon\gamma+2\varepsilon\mu+2\gamma\mu+\alpha\varepsilon+\alpha\gamma+2\alpha\mu)\mathrm{g(T)}\beta I^*-(\varepsilon+2\mu)\mathrm{g(T)}\alpha\beta S^*$$
$$=0.01442$$
$$d=(\mu^3+\alpha\mu^2+\varepsilon\mu^2+\gamma\mu^2+\alpha\varepsilon\mu+\alpha\gamma\mu+\varepsilon\gamma\mu)\mathrm{g(T)}\beta I^*-(\varepsilon\mu+\mu^2)\mathrm{g(T)}\alpha\beta S^*$$
$$+\mu^4+\alpha\mu^3+\varepsilon\mu^3+\gamma\mu^3+\alpha\varepsilon\mu^2+\alpha\gamma\mu^2+\varepsilon\gamma\mu^2+\alpha\varepsilon\gamma\mu$$
$$=0.32690\times10^{-5}$$

พิจารณา $\lambda^4 + a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$

$$\lambda^4 + (0.71109)\lambda^3 + (0.14678)\lambda^2 + (0.01442)\lambda + (0.32690\times10^{-5}) = 0$$

ซึ่งจะได้ $\lambda_1 = -0.12532+0.12477I$, $\lambda_2 = -0.00023$, $\lambda_3 = -0.46023$, $\lambda_4 = -0.12532-0.12477I$
และค่าระดับการติดเชื้อ คือ $R_0 = 1.59183 > 1$

เนื่องจากค่าลักษณะเฉพาะมีเป็นลบและค่าระดับการติดเชื้อมีค่ามากกว่า 1 ดังนั้นจุดสมดุลที่มีโรค (E_1) มีความเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ เฉพาะที่ ดังภาพที่ 3



(e) (f) (g) (h)

ภาพที่ 3 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของ (e) กลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (f) กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถแพร่เชื้อได้ (g) ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้ (h) กลุ่มประชากรที่หายจากการติดเชื้อ เทียบกับเวลา (t) ในสภาวะที่ไม่มีโรค ดังกราฟ จะเห็นได้ว่าคำตอบเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่ไม่มีโรค
$E_1(109.03845, 126.40370, 315.42533, 449.11452)$ ดังปรากฏ

สรุปและอภิปรายผลของวิจัย

จากการศึกษาผลกระทบของปริมาณน้ำฝนที่มีผลต่อตัวแบบสำหรับโรคมือ เท้า ปาก ในภาคใต้นั้น มีค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) เป็น $\dfrac{g(T)N\beta\alpha}{\mu^2+\gamma\mu+\alpha\mu+\alpha\gamma}$ ซึ่งเป็นค่าสำหรับการตรวจสอบความเสถียรภาพของตัวแบบ ถ้า $R_0 < 1$ แล้วจุดสมดุลที่ไม่มีโรคจะเสถียร (ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค) แต่ถ้า $R_0 > 1$ แล้วจุดสมดุลที่มีโรคจะเสถียร (มีการแพร่ระบาดของโรค) และพบว่าเมื่อมีปริมาณน้ำฝนเป็น 0.01, 0.16, 0.21 และ 0.33 ค่าระดับการติดเชื้อจะมีค่าเป็น 0.04823, 0.77179, 1.01298 และ 1.59183 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าในพื้นที่ภาคใต้ของประเทศไทย จะเกิดการแพร่ระบาดของโรคมือ เท้า ปาก เมื่อมีปริมาณน้ำฝนตั้งแต่ 0.21 ขึ้นไป ดังนั้นหากเราทราบค่าปริมาณน้ำฝนในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง ณ สถานที่ใด ๆ ก็จะสามารถพยากรณ์หาจำนวนผู้ป่วยโรคมือ เท้า ปาก ที่คาดว่าจะเกิดขึ้นได้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการวางแผน การป้องกันและควบคุมโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยก่อนที่เหตุการณ์จะเกิดขึ้นจริงในอนาคต

เอกสารอ้างอิง

กรมควบคุมโรค (ออนไลน์). (2562). สืบค้นจากhttps://ddc.moph.go.th/th/site/office_newsview/view/9134. [20 สิงหาคม 2562].

กรมอุตุนิยมวิทยา (ออนไลน์). (2562). สืบค้นจาก. https://www.tmd.go.th/3month_forecast.php. [15 สิงหาคม 2562].

ปิยะมาศ หนูรอด และ วลิษา อิทรภักดิ์. (2559). แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการระบาดโรคมือ เท้า ปาก. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช.

โรงพยาบาลบำรุงราษฎร์ อินเตอร์เนชั่นแนล (ออนไลน์). (2562). สืบค้นจาก https://www.bumrungrad.com/th/conditions/hand-foot-mouth. [25 กรกฎาคม 2562].

สำนักงานกองทุนสนับสนุนการสร้างเสริมสุขภาพ (ออนไลน์). (2556). สืบค้นจาก thaihealth.or.th [25 กรกฎาคม 2562].

สำนักบริหารการทะเบียน กรมการปกครอง (ออนไลน์). (2562). สืบค้นจาก http://stat.bora.dopa.go.th. [10 สิงหาคม 2562].

สุรพล เนาวรัตน์. (2561). ตัวแบบคณิตศาสตร์กับการระบาดของโรค. มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี.

เอมอร สิทธิรักษ์. (2549). พีชคณิตเชิงเส้น. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช.

Jantraporn Suksawat and Surapol Naowarat. (2014). Effect of Rainfall on the Transmission Model of Conjunctivitis. Advances in Environmental Biology, 99-104.

Piyada Wongwiwat and Surapol Naowarat Chutima Karaket. (2015). Dynamics Model of Hand-Foot-Mouth Disease with Effect of Hand Washing Campaign . Australian Journal of Basic and Applied Sciences.

Thanyada Phutthichayanon and Surapol Naowarat. (2015). Effects of Hand Washing Campaign on Dynamical Model of Hand Foot Mouth Disease . International Journal of Modeling and Optimization.